

Arholiad Ysgoloriaeth Mathemateg

Prifysgol Abertawe 2025

2 awr 30 munud

Atebwch bob cwestiwn yn adran A, ac yna atebwch uchafswm o bedwar o Adran B. Bydd esboniadau o'ch datrysiadau'n rhan o'r asesiad.

Adran A

1. Ysgrifennwch yr ehangiad degol cylchol $2 \cdot (15)^\bullet$ fel ffracsiwn â rhifiadur ac enwadur sy'n gyfanrifau (e.e. rhywbeth fel $57/13$) Ysgrifennwch y ffracsiwn $7/13$ fel ehangiad degol cylchol

2. Nodwch a yw 667 yn rhif cysefin ai peidio. Dangoswch eich rhesymu.

3. Datrysych yr hafaliadau cydamserol canlynol ar gyfer x ac y :

$$x - 3y = 2, \quad 3x + y = 2.$$

4. Mae nifer y bacteria mewn meithriniad yn cynyddu 7% bob munud. Pe bai dwy filiwn o facteria yn y meithriniad i ddechrau, faint fyddai ynddo ar ôl 330 eiliad?

5. Enrhifwch yr integryn

$$\int_0^2 (4x + 3) \, dx.$$

6. Mae un rhif real x sy'n bodloni $x + 3x^4 = 1$ a $0 \leq x \leq 1$. Cyfrifwch x hyd at o fewn cyfeiliornad o $\frac{1}{16}$.

7. Cyfrifwch y differyn mewn perthynas ag x o

$$\frac{x^2 + 1}{x - 1}.$$

8. Dewch o hyd i rifau a, b, c, d fel bod

$$\frac{8x + 4}{x^2 + 2x - 3} = \frac{a}{x + b} + \frac{c}{x + d}.$$

9. Mae gan driongl ochrau 4, 5 a 6. Beth yw maint yr ongl gyferbyn â'r ochr hyd 4?

10. A derbyn bod $x = -2$ yn wreiddyn y ciwbig $x^3 + 6x^2 + 4x - 8$, dewch o hyd i'r ddau wreiddyn arall.

Adran B

1. Mae'r cwestiwn hwn am niferoedd ffactorau cyfanrifau - er enghraifft mae gan gyfanrif 6 bedwar ffactor, sef 1,2,3,6.

- a) Faint o ffactorau sydd gan y rhif 15?
- b) Faint o ffactorau sydd gan y rhif pq , lle mae p a q yn rhifau cysefin? (Ni fydd yr ateb yn dibynnu ar werth p neu q).
- c) Faint o ffactorau sydd gan y rhif p^2q , lle mae p a q yn rhifau cysefin gwahanol?
- d) Faint o ffactorau sydd gan y rhif p^nq^m , lle mae p a q yn rhifau cysefin gwahanol ac mae n, m yn gyfanrifau positif?
- e) Beth yw'r cyfanrif positif lleiaf sydd ag union 9 ffactor?

2. Mae llygoden yn eistedd wrth bwynt $M = (1, 1)$, ac mae cath yn eistedd wrth bwynt $C = (-1, -1)$. Maen nhw'n dechrau symud ar yr un pryd ar hyd llinellau syth â chyflymderau cyson: cyflymder y llygoden yw

$$\mathbf{v}_m = \mathbf{i} - 2\mathbf{j},$$

a chyflymder y gath yw

$$\mathbf{v}_c = \mathbf{i} - \mathbf{j}.$$

Dangoswch, er y bydd eu llwybrau'n croestorri, na fydd y gath a'r llygoden yn cwrdd. Cyfrifwch y pellter minimol rhwng y gath a'r llygoden tra maen nhw'n symud.

3. Cyfrifwch y symiau anfeidraidd canlynol, lle mae x yn rhif real yn y cyfwng $-1 < x < 1$.

$$a) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n}, \quad b) \sum_{n=1}^{\infty} n x^n.$$

Gallwch dderbyn y fformiwla ganlynol, ond rhaid i chi esbonio eich atebion wedi hynny:

$$\sum_{n=0}^{\infty} x^n = \frac{1}{1-x}.$$

4. Mae tun o ffa yn cynnwys llenfetel ar siâp silindr crwn union (h.y. siâp arferol tun silindraidd). Gan dderbyn bod radiws y sylfaen gron yn r ac uchder y tun yn h ,

- a) cyfrifwch arwynebedd y tun,
- b) cyfrifwch gyfaint y tun.

Rydyn ni'n cael darn o lenfetel i wneud tun ffa mawr a chyfanswm ei arwynebedd yw 2π metr sgwâr.

- c) Lluniwch fformiwla ar gyfer h gan ddefnyddio r .
- d) beth yw cyfaint mwyaf y tun y gallem ei wneud o'r llenfetel hwn?

5. Mae cadwyn hyblyg unffurf o hyd cyfan $2L$ a màs fesul hyd uned λ yn gorwedd ar fwrdd llorweddol diffrihiant, ac mae hyd L yn hongian dros yr ymyl. Cyfrifwch gyflymiad y gadwyn adeg ei rhyddhau, a chyfrifwch gyflymder y gadwyn yn union ar ôl iddi gwmpo'n gyfan gwbl oddi ar y bwrdd.

6. Mae rhesymegwr yn ymweld ag ynys y Marchogion a'r Cnafon. Marchogion a Chnafon yw poblogaeth gyfan yr ynys, lle mae Marchogion bob amser yn dweud y gwir, ac mae Cnafon bob amser yn dweud celwydd.

(a) Ar un adeg, mae'r rhesymegwr yn cwrdd â dau o'r trigolion, A a B . Does ganddo ddim gwybodaeth flaenorol a yw'r naill neu'r llall o'r trigolion yn Farchog neu'n Gnaf. I gael mwy o wybodaeth, mae'n gofyn i B y cwestiwn 'ydy un o leiaf ohonoch chi'n Gnaf?' Mae B yn ymateb naill ai 'Ydy' neu 'Nac ydy' ond oherwydd sŵn trêrn yn mynd heibio, dydych chi ddim yn gallu clywed yr ateb. Fodd bynnag, clywodd y rhesymegwr yr ateb ac mae'n dweud: 'nawr rwy'n gwybod yn union beth yw A a B '. Ydych chi'n gallu dweud ai 'Ydy' neu 'Nac ydy' oedd yr ateb? Beth yw A a B ?

(b) Ar adeg arall, mae'r rhesymegwr yn cwrdd â dau o'r trigolion, C a D , wrth iddo gerdded i'r swyddfa bost. Mae'n cwrdd â nhw wrth fforch yn y ffordd. Mae dwy ffordd ymlaen bosib, i'r chwith neu i'r dde, a dim ond un o'r rhain sy'n arwain at y swyddfa bost. Mae'r rhesymegwr yn gofyn pa ffordd sy'n arwain at y swyddfa bost.

Mae D yn dweud 'Marchog yw C '.

Mae C yn dweud 'os chwith yw'r ffordd, yna Cnaf yw D '.

Beth yw'r ffordd i'r swyddfa bost? Allwch chi ddweud pwy yw C a D ?

7. Mae pennaeth y Galiaid, Combinatorix, ar ei ffordd i Rufain i weld Iŵl Cæsar, ac mae'n mynd â phedwar derwydd a chwe rhyfelwr gydag ef.

(a) Ar y daith i Rufain, mae'r grŵp yn cerdded yn un llinell, gyda Combinatorix bob amser yn y blaen. A derbyn bod modd gwahaniaethu rhwng yr holl ryfelwyr a derwyddon, faint o ffyrdd gwahanol sydd o drefnu'r grŵp mewn llinell?

(b) Maen nhw'n cyrraedd pentref lle mae dwy dafarn ac yn aros dros nos. Mae Combinatorix yn cymryd yr ystafell orau, gan adael gweddill y grŵp i gael ei rannu rhwng y dafarn gyntaf, sydd â chwe lle ar ôl, a'r ail dafarn sydd â phedwar lle ar ôl. Faint o ffyrdd gwahanol sydd o rannu'r grŵp rhwng y ddwy dafarn?

(c) Y noson nesaf, maen nhw'n dod i bentref arall lle mae dwy dafarn ac yn aros dros nos. Unwaith eto, mae Combinatorix yn cymryd yr ystafell orau, gan adael gweddill y grŵp i gael ei rannu rhwng y dafarn gyntaf sydd â chwe lle ar ôl, a'r ail dafarn, sydd hefyd â chwe lle ar ôl. Faint o ffyrdd gwahanol sydd o rannu'r grŵp rhwng y ddwy dafarn?

(d) Mae'r grŵp yn aros yn y pentref (c) am ail noson. Mae'r ddau dafarnwr yn gofyn i Combinatorix a yw'n gallu trefnu i dri rhyfelwr yn unig aros ym mhob tafarn, am eu bod yn ofni y byddai gormod o ryfelwyr mewn un dafarn yn achosi trafferth. Faint o ffyrdd gwahanol sydd o rannu'r grŵp rhwng y ddwy dafarn, gan ystyried y cyfyngiad o ran gosod y rhyfelwyr?

(e) Wrth adael y pentref, mae'r tafarnwyr yn rhoi mentyll newydd i'r pedwar derwydd yn y grŵp. Mae'r mentyll hyn yn edrych yn union yr un fath, a bellach mae'n amhosib gwahaniaethu rhwng y derwyddon. Unwaith eto, mae'r grŵp yn cerdded yn un llinell, gyda Combinatorix yn arwain y ffordd, wrth iddynt adael y pentref. Faint o ffyrdd gwahanol sydd o drefnu'r grŵp mewn llinell, gan ystyried bod y derwyddon bellach i gyd yn edrych yn union yr un fath.

8. Dychmygwch si-so wedi'i wneud o blanc pren unffurf. Yn lle cael ei gydbwyso yn y canol, mae'r ffwlcrwm yn cael ei leoli fel ei fod yn rhannu'r planc yn y gymhareb 1 : 2. Cymerwch fod pwysau'r planc yn ymddwyn fel ei fod wedi'i grynhoi yng nghanol y planc. Mae plentyn yn eistedd ar ben hirach y si-so. Mae person yn ei arddegau yn eistedd ar ben byrrach y si-so. Mae'r si-so wedi'i gydbwyso. Dangoswch fod y person yn ei arddegau o leiaf ddwywaith mor drwm â'r plentyn.

9. Mewn cyng rhair pêl-droed sy'n cynnwys 4 tîm, mae'n hysbys bod gan Deeton y cyfleoedd canlynol i ennill yn erbyn y timau eraill:

Anystown $\frac{2}{3}$,

Beesville $\frac{1}{2}$,

Ceacheater $\frac{1}{3}$.

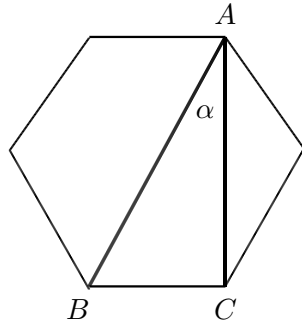
a) Un flwyddyn, mae'n rhaid i Deeton guro'r holl dimau eraill mewn tair gêm, un yn erbyn pob un o'r timau eraill. Beth yw'r tebygolrwydd y gall Deeton ennill pob un o'r tair gêm?

b) Y flwyddyn nesaf, mae'n rhaid i Deeton ennill o leiaf un o dair gêm, un yn erbyn pob un o'r timau eraill. Beth yw'r tebygolrwydd y gall Deeton ennill o leiaf un o'r tair gêm?

c) Y flwyddyn wedyn, mae'n rhaid i Deeton ennill un gêm yn erbyn un o'r timau eraill, lle mae'r tîm hwnnw'n cael ei ddewis ar hap (tebygolrwydd $\frac{1}{3}$ y gallai fod yn unrhyw un o'r timau eraill). Beth yw'r tebygolrwydd y gall Deeton ennill y gêm?

d) Y flwyddyn wedi hynny, mae'n rhaid i Deeton ennill dwy gêm yn erbyn dau o'r timau eraill (un gêm yn erbyn pob un), lle mae'r tîm nad ydynt yn ei wynebu'n cael ei ddewis ar hap (tebygolrwydd $\frac{1}{3}$ y gallai fod yn unrhyw un o'r timau eraill). Beth yw'r tebygolrwydd y gall Deeton ennill y ddwy gêm?

10. 10. Mae'r ffigur canlynol yn hecsagon rheolaidd, â hyd ochr (e.e. BC) 1.



Atebwch y cwestiynau canlynol am y dull wedi'i labelu A, B, C . Esboniwch eich dull.

Answer the following questions about the labelled vertices A, B, C . Explain your method.

- Beth yw hyd AC ?
- Beth yw hyd AB ?
- Beth yw ongl α y triongl BAC ?